



# Aplikace rozkladů grafů při paralelizaci numerických výpočtů hustých matic

Petr Kovář

čtvrtek 13. července 2023, od 14:00, EA553

V článku LUKÁŠ, D., KOVÁŘ, P., KOVÁŘOVÁ, T., MERTA, M., A parallel fast boundary element method using cyclic graph decompositions (2015) jsme navrhli metodu rozložení výpočtu husté matice na podmatice s využitím cyklického rozkladu kompletního grafu  $K_N$  na  $N$  kompletních podgrafů  $K_k$ . Parametry  $N$  a  $k$  cyklického rozkladu nejsou nezávislé, musí platit  $N = k^2 - k + 1$ . Navíc existence cyklického rozkladu vychází z tzv.  $\rho$ -ohodnocení, jehož existence je známa pouze pro takové hodnoty parametru  $k$ , kde  $k - 1$  je mocninou prvočísla. Přístup pomocí cyklických rozkladů omezen na systémy se sdílenou pamětí.

Vzhledem k vývoji architektury superpočítačů se rýsuje možnost implementace s využitím rychlých lokálních pamětí jednotlivých jader, avšak velikost lokální paměti je omezena. Má proto smysl studovat rozklady  $K_N$  na  $K_k$ , kde  $k$  jsou malé pevné hodnoty a  $N$  roste libovolně s počtem jader superpočítače. Takové rozklady nebudou cyklické, konstrukce vychází pro omezené parametry například ze Steinerovských systémů trojic či čtveřic a navíc pro další většinu hodnot  $N$  rozklady neexistují.

Na druhou stranu místo rozkladů lze s úspěchem využít pokrytí grafů, které vychází z konstrukcí kombinatorických designů. Část výpočtu na malém počtu jader je provedena duplicitně (respektive část paměti malého počtu jader se nevyužije). Duplicitu lze modelovat zdvojenými hranami, kterým říkáme excés. Ukážeme, že pro většinu hodnot  $N$  je velikost excésu konstantní, jen pro málo hodnot  $N$  je násobkem  $N$ , a proto navržený model má smysl implementovat.